

Exercice 14 :

Dans une usine, on fabrique des composants électroniques sur trois machines. Les machines M_1 , M_2 et M_3 produisent respectivement 50%, 30% et 20% des composants.

Un qualitatif de l'usine estime que :

- 2% des composants fabriqués par la machine M_1 sont défectueux,
- 3% des composants fabriqués par la machine M_2 sont défectueux,
- 5% des composants fabriqués par la machine M_3 sont défectueux.

1. Quelle est la probabilité qu'un composant pris au hasard à la sortie de l'usine soit défectueux?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir une pièce défectueuse provenant de M_1 ?
3. Un composant est défectueux. Quelle est la probabilité pour qu'il provienne de M_1 ?

Correction :

✎ On commence par traduire les hypothèses.

On définit les événements suivants :

- C_1 : « le composant est produit par la machine M_1 »
- C_2 : « le composant est produit par la machine M_2 »
- C_3 : « le composant est produit par la machine M_3 »
- D : « le composant est défectueux ».

Les données de l'exercice permettent d'écrire :

$$P(C_1) = \frac{50}{100}, \quad P(C_2) = \frac{30}{100}, \quad P(C_3) = \frac{20}{100}, \quad P_{C_1}(D) = \frac{2}{100}, \quad P_{C_2}(D) = \frac{3}{100}, \quad P_{C_3}(D) = \frac{5}{100}$$

1. (C_1, C_2, C_3) forme un système complet d'événements.

✎ Il ne faut pas oublier d'écrire l'hypothèse du système complet d'événements.

D'après la formule des probabilités totales, on obtient :

$$\begin{aligned} P(D) &= P_{C_1}(D)P(C_1) + P_{C_2}(D)P(C_2) + P_{C_3}(D)P(C_3) \\ &= \frac{2}{100} \times \frac{50}{100} + \frac{3}{100} \times \frac{30}{100} + \frac{5}{100} \times \frac{20}{100} \\ &= \frac{10 + 9 + 10}{1000} \\ &= \frac{29}{1000} \end{aligned}$$

2. On cherche $P(D \cap C_1)$.

On a :

$$\begin{aligned} P(D \cap C_1) &= P(C_1) \times P_{C_1}(D) \\ &= \frac{50}{100} \times \frac{2}{100} \\ &= \frac{10}{1000} = \frac{1}{100} \end{aligned}$$

3. On cherche $P_D(C_1)$.

Par définition des probabilités conditionnelles :

$$\begin{aligned} P_D(C_1) &= \frac{P(D \cap C_1)}{P(D)} \\ &= \frac{\frac{10}{1000}}{\frac{29}{1000}} \\ &= \frac{10}{29} \end{aligned}$$