

TD informatique du chapitre 14 : Ecriture d'un programme et complexité

Exercice 1 : On considère la fonction suivante :

```
def f(a,b) :
    while b>0 :
        a,b=b,a%b
    return a
```

1. La fonction f a-t-elle un effet de bord?
2. Expliquer ce que fait la fonction f .

Exercice 2 : Crible d'Erathostène

1. (a) Ecrire une fonction ayant pour paramètre un entier $n \geq 2$ et répondant True si n est premier, False si n n'est pas premier.
 (b) En utilisant la fonction définie à la question précédente, écrire une fonction donnant tous les nombres premiers inférieurs ou égaux à un entier n donné.
 (c) Quelle est la complexité du programme écrit à la question précédente?
2. On souhaite, comme à la question 1.(b), écrire une fonction donnant tous les nombres premiers inférieurs ou égaux à un entier n donné en utilisant la méthode du crible d'Erathostène.

Le principe du crible d'Erathostène est le suivant :

- On part d'un tableau (ou du point de vue informatique d'une liste) des entiers inférieurs ou égaux à n . (Dans l'exemple $n = 50$)
- On raye 1
- On conserve le premier entier non rayé, ici 2 et on raye tous ses multiples différents de 2.

On obtient le tableau suivant :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

- On conserve le premier entier non rayé, ici 3 et on raye tous ses multiples différents de 3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

- On réitère la procédure jusqu'à \sqrt{n} .
- Les éléments non rayés du tableau sont les nombres premiers inférieurs ou égaux à n .

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
①	12	③	14	15	16	⑦	18	⑨	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
⑩	32	33	34	35	36	⑪	38	39	40
④	42	⑬	44	45	46	⑭	48	49	50

Ecrire la fonction correspondant au crible d'Erathostène. Pour cela, on pourra créer une liste comprenant le booléen False pour les nombres rayés et True pour les autres.

3. Comparer la complexité des deux programmes obtenus.
 On pourra admettre (ou le prouver si le temps le permet) que :

$$\forall n \geq 2, \sum_{k=2}^n \frac{1}{k} \leq \ln(n).$$