A retenir du chapitre 17 :
Représentation des graphes

- Un **graphe** G est un couple $G = (S, A)$ où :
  - S est un ensemble non vide. Les éléments de S sont appelés les **sommets** ou les **noeuds** du graphe G.
  - A est un ensemble de couples (x, y) ou de paires $\{x, y\}$ avec $x, y \in S$. Les éléments de A sont appelés les **arêtes** du graphe G.
- Si les éléments de A sont des paires, comme la paire $\{x, y\}$ est en égale à la paire $\{y, x\}$, on dit que G est un **graphe non orienté**. Dans ce cas, les arêtes n'ont pas de sens de parcours.
- Si les éléments de A sont des couples, comme le couple (x, y) est en général différent du couple (y, x), on dit que G est un **graphe orienté**. dans ce cas, les arêtes ont un sens de parcours et les arêtes sont également appelées **arcs**.
- Si deux sommets sont reliés par une arête, on dit qu'ils sont **adjacents** ou **voisins**. Ces deux sommets sont alors appelés les **extrémités** de l'arête.
- Une arête de la forme $\{x, x\}$ est appelée une **boucle**.
- Si G est un graphe non orienté. Soit $s \in S$, c'est-à-dire soit s un sommet de G. Le **degré** de s noté $d(s)$ est le nombre d'arêtes dont s est une extrémité, en comptant les boucles pour 2 arêtes
- Si G est un graphe orienté. Soit $s \in S$, c'est-à-dire soit s un sommet de G.
  - Le **degré entrant** de s noté $d_+(s)$ est le nombre d'arêtes dont s est l'extrémité initiale.
  - Le **degré sortant** de s noté $d_-(s)$ est le nombre d'arêtes dont s est l'extrémité finale.
- Soient s_0 et s_n des sommets de G un graphe non orienté. Un **chemin** de s_0 à s_n est une suite de sommets adjacents $(s_0, s_1, \dots, s_n)$ reliant s_0 et s_n. Le nombre d'arêtes du chemin $(s_0, s_1, \dots, s_n)$ est alors n et est appelé la **longueur du chemin** $(s_0, s_1, \dots, s_n)$.
- La **distance** entre deux sommets est la longueur minimale d'un chemin reliant ces deux sommets. Si ces deux sommets ne peuvent être reliés, on considère alors que la distance est infinie.
- Un **cycle** est un chemin constitué d'arêtes distinctes reliant un sommet à lui même.
- On dit qu'un graphe est **connexe** ssi pour tout couple de sommets, il existe un chemin reliant ces deux sommets.
- La représentation d'un graphe G par des **listes d'adjacence** consiste à donner, pour chaque sommet, la liste (dans un ordre quelconque) de :
  - ses sommets adjacents, dans le cas d'un graphe non orienté.
  - ses sommets adjacents pour lesquels il est l'extrémité initiale de l'arc les reliant.
- Les représentations en Python des listes d'adjacence peuvent être faites en utilisant :
  - une liste : le graphe G est représenté par une liste dont les éléments sont des listes ayant pour premier terme un sommet et comme deuxième terme la liste d'adjacence de ce sommet.
  - un dictionnaire : le graphe de G est représenté par un dictionnaire sont les clés sont les sommets et les valeurs associées sont les listes d'adjacences.
- On suppose, quitte à renommer les sommets, qu'ils sont numérotés de 1 à n. La **matrice d'adjacence** est une matrice carrée de taille n : $M = (m_{i,j})$ telle que :

$$\forall i, j \in [\![1, n]\!],\ m_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{s'il existe une arête de } i \text{ vers } j, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- Les représentations en Python de matrices d'adjacence sont faites en utilisant des listes de listes.
- On dit qu'un graphe est :
  - **pondéré** si un nombre appelé **poids** est associé à chaque arête du graphe,
  - **étiqueté** si un texte appelé **étiquette** est associé à chaque arête du graphe.