PCSI 1 **Programme de colles** 2023/2024

Semaine 11 du 11 décembre au 15 décembre

Cours :

Ch 9 : Ensembles et applications

- **I** : Ensembles
- **II** : Applications
- **III** : Injection, surjection, bijection

Ch 10 : Suites numériques

- **I** : Limite d'une suite réelle
- **II** : Suites monotones
- **III** : Suites extraites
- **IV** : Suites complexes

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Composition d'applications injectives, surjectives, bijectives *(ch 9, proposition 12)*

Q_2 : Toute suite réelle convergente est bornée *(ch 10, proposition 3)*

T_1 : *Ch 9, exemple 14*

Soient $f \in \mathcal{F}(E,F)$ et $g \in \mathcal{F}(F,G)$. Montrer que :

$$g \circ f \text{ injective} \Rightarrow f \text{ injective},$$

$$g \circ f \text{ surjective} \Rightarrow g \text{ surjective}.$$

T_2 : *Ch 10, exemple 5*

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ une suite réelle qui converge vers $l \in \mathbb{R}$. On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*,\ v_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} u_k.$$

Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ converge vers l.
Ce résultat s'appelle le théorème de Césaro.

T_3 : *Ch 10, exemple 10, point 2*

Etudier la convergence de la suite définie par :
$u_0 \in \mathbb{R}$, et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n.e^{-u_n}$.

PCSI 1 **Programme de colles** 2023/2024

Semaine 11 du 11 décembre au 15 décembre

Cours :

Ch 9 : Ensembles et applications

- **I** : Ensembles
- **II** : Applications
- **III** : Injection, surjection, bijection

Ch 10 : Suites numériques

- **I** : Limite d'une suite réelle
- **II** : Suites monotones
- **III** : Suites extraites
- **IV** : Suites complexes

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Composition d'applications injectives, surjectives, bijectives *(ch 9, proposition 12)*

Q_2 : Toute suite réelle convergente est bornée *(ch 10, proposition 3)*

T_1 : *Ch 9, exemple 14*
Soient $f \in \mathcal{F}(E,F)$ et $g \in \mathcal{F}(F,G)$. Montrer que :

$$g \circ f \text{ injective} \Rightarrow f \text{ injective},$$

$$g \circ f \text{ surjective} \Rightarrow g \text{ surjective}.$$

T_2 : *Ch 10, exemple 5*
Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ une suite réelle qui converge vers $l \in \mathbb{R}$. On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*,\ v_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} u_k.$$

Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ converge vers l.
Ce résultat s'appelle le théorème de Césaro.

T_3 : *Ch 10, exemple 10, point 2*
Etudier la convergence de la suite définie par :
$u_0 \in \mathbb{R}$, et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n.e^{-u_n}$.