PCSI 1

Programme de colles

2023/2024

Semaine 15 du 22 janvier au 26 janvier

Cours :

Ch 12 : Limites et continuité
- **I** : Limite d'une fonction en un point
- **II** : Continuité en un point
- **III** : Continuité sur un intervalle
- **IV** : Fonctions à valeurs complexes

Ch 13 : Dérivabilité
- **I** : Nombre dérivé, fonction dérivée
- **II** : Propriétés des fonctions dérivables
- **III** : Fonctions de classe $\mathcal{C}^k$

Pas de convexité

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Dérivée de la composée *(ch 13, proposition 5)*

Q_2 : Théorème de Rolle *(ch 13, théorème 3)*

T_1 : *Ch 12, exemple 8*
Trouver toutes les applications $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continues en 0 telles que :

$$\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = f\left(\frac{x}{2}\right).$$

T_2 : *Ch 12, exemple 11*
Soient $a, b \in \mathbb{R}$, $a \leq b$, et soit $f : [a,b] \to [a,b]$ continue. Montrer qu'il existe $x_0 \in [a,b]$ tel que $f(x_0) = x_0$.

T_3 : *Ch 13, exemple 4*
Soit $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^1$ telle que $f(-1) = f(0) = f(1) = 0$. On pose :

$$g : \begin{array}{rcl} [-1,1] & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 2x^4 + x + f(x). \end{array}$$

Montrer qu'il existe $c \in]-1,1[$ tel que $g'(c) = 0$.

PCSI 1 **Programme de colles** 2023/2024

Semaine 15 du 22 janvier au 26 janvier

<u>Cours :</u>

Ch 12 : Limites et continuité

- **I** : Limite d'une fonction en un point
- **II** : Continuité en un point
- **III** : Continuité sur un intervalle
- **IV** : Fonctions à valeurs complexes

Ch 13 : Dérivabilité

- **I** : Nombre dérivé, fonction dérivée
- **II** : Propriétés des fonctions dérivables
- **III** : Fonctions de classe $\mathcal{C}^k$

Pas de convexité

<u>Questions de cours et exercices type :</u>

Q_1 : Dérivée de la composée *(ch 13, proposition 5)*

Q_2 : Théorème de Rolle *(ch 13, théorème 3)*

T_1 : *Ch 12, exemple 8*
Trouver toutes les applications $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continues en 0 telles que :

$$\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = f\left(\frac{x}{2}\right).$$

T_2 : *Ch 12, exemple 11*
Soient $a, b \in \mathbb{R}$, $a \leq b$, et soit $f : [a,b] \to [a,b]$ continue. Montrer qu'il existe $x_0 \in [a,b]$ tel que $f(x_0) = x_0$.

T_3 : *Ch 13, exemple 4*
Soit $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^1$ telle que $f(-1) = f(0) = f(1) = 0$. On pose :

$$g : \begin{array}{rcl} [-1,1] & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 2x^4 + x + f(x). \end{array}$$

Montrer qu'il existe $c \in]-1,1[$ tel que $g'(c) = 0$.