PCSI 1 | **Programme de colles** | 2023/2024

Programme de colles

Semaine 23 du 2 avril au 5 avril

<u>Cours :</u>

Ch 17 : Intégration

- **I** : Fonctions en escaliers
- **II** : Intégrale d'une fonction continue sur un segment
- **III** : Sommes de Riemann
- **IV** : Lien entre intégrale et primitive
- **V** : Inégalité de Taylor-Lagrange
- **VI** : Fonctions à valeurs complexes

Ch 18 : Applications linéaires

- **I** : Généralités
- **II** : Endomorphismes

<u>Questions de cours et exercices type :</u>

Q_1 : Convergence des sommes de Riemann dans le cas d'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ *(ch 17, théorème 4)*

Q_2 : Théorème fondamental de l'analyse *(ch 17, théorème 5)*

Q_3 : Image d'une famille libre (resp. liée, génératrice) par une application linéaire *(ch 18, proposition 11)*

T_1 : *Ch 17, exemple 1*
Soient $a < b$. Soit f une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ sur $[a, b]$. Montrer le lemme de Lebesgue :

$$\lim_{n\to+\infty}\int_a^b f(t)\sin(nt)\,dt = 0.$$

T_2 : *Ch 18, exemple 2*
Soit $f \in \mathcal{L}(E)$ tel que :

$$\forall x \in E, \exists \lambda_x \in \mathbb{K}, f(x) = \lambda_x x.$$

Montrer que f est une homothétie.

PCSI 1 **Programme de colles** 2023/2024

Semaine 23 du 2 avril au 5 avril

Cours :

Ch 17 : Intégration

- **I** : Fonctions en escaliers
- **II** : Intégrale d'une fonction continue sur un segment
- **III** : Sommes de Riemann
- **IV** : Lien entre intégrale et primitive
- **V** : Inégalité de Taylor-Lagrange
- **VI** : Fonctions à valeurs complexes

Ch 18 : Applications linéaires

- **I** : Généralités
- **II** : Endomorphismes

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Convergence des sommes de Riemann dans le cas d'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ *(ch 17, théorème 4)*

Q_2 : Théorème fondamental de l'analyse *(ch 17, théorème 5)*

Q_3 : Image d'une famille libre (resp. liée, génératrice) par une application linéaire *(ch 18, proposition 11)*

T_1 : *Ch 17, exemple 1*
Soient $a < b$. Soit f une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ sur $[a, b]$. Montrer le lemme de Lebesgue :

$$\lim_{n\to+\infty}\int_a^b f(t)\sin(nt)\,dt = 0.$$

T_2 : *Ch 18, exemple 2*
Soit $f \in \mathcal{L}(E)$ tel que :

$$\forall x \in E, \exists \lambda_x \in \mathbb{K}, f(x) = \lambda_x x.$$

Montrer que f est une homothétie.