PCSI 1 **Programme de colles** 2023/2024

Semaine 24 du 22 avril au 26 avril

Cours :

Ch 18 : Applications linéaires

I : Généralités

II : Endomorphismes

III : Applications linéaires en dimension finie

IV : Théorème du rang

V : Formes linéaires et hyperplans en dimension finie

VI : Equations linéaires

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Image d'une famille libre (resp. liée, génératrice) par une application linéaire *(ch 18, proposition 11)*

Q_2 : Caractérisation des projections *(ch 18, proposition 17)*

Q_3 : $u \in \mathcal{L}(E,F)$ induit un isomorphisme d'un supplémentaire de $\ker(u)$ vers $\operatorname{Im}(u)$ *(ch 18, proposition 26)*

T_1 : *Ch 18, exemple 2*
Soit $f \in \mathcal{L}(E)$ tel que :

$$\forall x \in E, \exists \lambda_x \in \mathbb{K}, f(x) = \lambda_x x.$$

Montrer que f est une homothétie.

T_2 : *Ch 18, exemple 7*
Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel, soient p et q des projecteurs de E. Montrer que :

$$\begin{cases} p \circ q = p \\ q \circ p = q \end{cases} \Leftrightarrow \operatorname{Ker} p = \operatorname{Ker} q,$$

Programme de colles

Semaine 24 du 22 avril au 26 avril

Cours :

Ch 18 : Applications linéaires

- **I** : Généralités
- **II** : Endomorphismes
- **III** : Applications linéaires en dimension finie
- **IV** : Théorème du rang
- **V** : Formes linéaires et hyperplans en dimension finie
- **VI** : Equations linéaires

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Image d'une famille libre (resp. liée, génératrice) par une application linéaire *(ch 18, proposition 11)*

Q_2 : Caractérisation des projections *(ch 18, proposition 17)*

Q_3 : $u \in \mathcal{L}(E,F)$ induit un isomorphisme d'un supplémentaire de $\ker(u)$ vers $\mathrm{Im}\,(u)$ *(ch 18, proposition 26)*

T_1 : *Ch 18, exemple 2*
Soit $f \in \mathcal{L}(E)$ tel que :

$$\forall x \in E, \exists \lambda_x \in \mathbb{K}, f(x) = \lambda_x x.$$

Montrer que f est une homothétie.

T_2 : *Ch 18, exemple 7*
Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel, soient p et q des projecteurs de E. Montrer que :

$$\begin{cases} p \circ q = p \\ q \circ p = q \end{cases} \Leftrightarrow \mathrm{Ker}\, p = \mathrm{Ker}\, q,$$