

Exercice 1 :

1. (a)
(b) Chercher un contre-exemple.
(c)
- 2.
3. Chercher un contre-exemple.

Problème 1 :

1. (a)
(b) Traiter les trois intervalles : $] -\infty, -1]$, $[-1, 1]$ et $[1, +\infty[$.
(c)
(d) Attention à la précision de l'argument utilisé.
2. (a)
(b) On se ramène à l'étude du signe de $xg(x)$.
(c)
(d) En déduire une asymptote.
(e) En déduire la position relative de la courbe par rapport à son asymptote.
(f)

Problème 2 :

- 1.
2. (a) Raisonner par récurrence sur n .
Pour l'hérédité, on doit supposer que : $\forall k \in \mathbb{N}, k \geq n \implies f(k) \geq n$ et montrer que $\forall k \in \mathbb{N}, k \geq n+1 \implies f(k) \geq n+1$.
On pourra remarquer que si $k \geq n+1$, alors $k-1 \geq n$ et appliquer l'hypothèse de récurrence à $k-1$ puis à $f(k-1)$.
(b) Remarquer que $n \geq n$.
(c) Appliquer la question précédente à $f(n)$.
(d) Remarquer que si $f(n) > n$ alors $f(n) \geq n+1$.
3. Bien écrire le raisonnement utilisé.