

**Exercice 1 :**

1. (a)  
(b) Chercher un contre-exemple.  
(c)
- 2.
3. Chercher un contre-exemple.

**Problème 1 :**

1. (a)  
(b) Traiter les trois intervalles :  $] -\infty, -1]$ ,  $[-1, 1]$  et  $[1, +\infty[$ .  
(c)  
(d) Attention à la précision de l'argument utilisé.
2. (a)  
(b) On se ramène à l'étude du signe de  $xg(x)$ .  
(c)  
(d) En déduire une asymptote.  
(e) En déduire la position relative de la courbe par rapport à son asymptote.  
(f)

**Problème 2 :**

- 1.
2. (a) Raisonner par récurrence sur  $n$ .  
Pour l'hérédité, on doit supposer que :  $\forall k \in \mathbb{N}, k \geq n \implies f(k) \geq n$  et montrer que  $\forall k \in \mathbb{N}, k \geq n+1 \implies f(k) \geq n+1$ .  
On pourra remarquer que si  $k \geq n+1$ , alors  $k-1 \geq n$  et appliquer l'hypothèse de récurrence à  $k-1$  puis à  $f(k-1)$ .  
(b) Remarquer que  $n \geq n$ .  
(c) Appliquer la question précédente à  $f(n)$ .  
(d) Remarquer que si  $f(n) > n$  alors  $f(n) \geq n+1$ .
3. Bien écrire le raisonnement utilisé.