PCSI 1 **Programme de colles** 2024/2025

Semaine 11 du 9 décembre au 13 décembre

Cours :

- **Chapitre 10 : Ensembles et applications**
  - I Ensembles
  - II Applications
  - III Injection, surjection, bijection
- **Chapitre 11 : Suites numériques**
  - I Limite d'une suite réelle
  - II Suites monotones
  - III Suites extraites
  - IV Suites complexes

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Caractérisation de la bijection réciproque *(ch 10, théorème 1)*

Q_2 : Théorème de la limite monotone *(ch 11, théorème 4)*

T_1 : *Ch 10, exemple 14*
Soient $f \in \mathcal{F}(E,F)$ et $g \in \mathcal{F}(F,G)$. Montrer que :

$$g \circ f \text{ injective} \Rightarrow f \text{ injective,}$$

$$g \circ f \text{ surjective} \Rightarrow g \text{ surjective.}$$

T_2 : *Ch 11, exemple 5*
Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ une suite réelle qui converge vers $l \in \mathbb{R}$. On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*,\ v_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} u_k.$$

Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ converge vers l.
Ce résultat s'appelle le théorème de Césaro.

T_3 : *Ch 11, exemple 10.1*
Etudier la convergence de la suite définie par :
$u_0 = \frac{3}{2}$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{2}{u_n}\right)$.

PCSI 1 **Programme de colles** 2024/2025

Semaine 11 du 9 décembre au 13 décembre

Cours :

- **Chapitre 10 : Ensembles et applications**
  I Ensembles
  II Applications
  III Injection, surjection, bijection
- **Chapitre 11 : Suites numériques**
  I Limite d'une suite réelle
  II Suites monotones
  III Suites extraites
  IV Suites complexes

Questions de cours et exercices type :

$\mathbf{Q_1}$: Caractérisation de la bijection réciproque *(ch 10, théorème 1)*

$\mathbf{Q_2}$: Théorème de la limite monotone *(ch 11, théorème 4)*

$\mathbf{T_1}$: *Ch 10, exemple 14*
Soient $f \in \mathcal{F}(E,F)$ et $g \in \mathcal{F}(F,G)$. Montrer que :

$$g \circ f \text{ injective} \Rightarrow f \text{ injective},$$

$$g \circ f \text{ surjective} \Rightarrow g \text{ surjective}.$$

$\mathbf{T_2}$: *Ch 11, exemple 5*
Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ une suite réelle qui converge vers $l \in \mathbb{R}$. On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*,\ v_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} u_k.$$

Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ converge vers l.
Ce résultat s'appelle le théorème de Césaro.

$\mathbf{T_3}$: *Ch 11, exemple 10.1*
Etudier la convergence de la suite définie par :
$u_0 = \frac{3}{2}$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{2}{u_n}\right)$.