PCSI 1

Programme de colles

2024/2025

Semaine 15 du 20 janvier au 24 janvier

Cours :

- **Chapitre 13 : Limites et continuité**
  - I Limite d'une fonction en un point
  - II Continuité en un point
  - III Continuité sur un intervalle
  - IV Fonctions à valeurs complexes
- **Chapitre 14 : Dérivabilité**
  - I Dérivabilité en un point, fonction dérivée
  - II Propriétés des fonctions dérivables
    1. Extremum local et point critique
    2. Théorème de Rolle
    3. Accroissements finis
    4. Fonctions monotones

Questions de cours et exercices type :

$\mathbf{Q_1}$: Caractérisation séquentielle de la limite *(ch 13, théorème 1)*

$\mathbf{Q_2}$: Composée de fonctions dérivables *(ch 14, proposition 5)*

$\mathbf{T_1}$: *Ch 13, exemple 9*
Soit $f :]0,+\infty[\to \mathbb{R}$ une fonction croissante telle que $x \mapsto \frac{f(x)}{x}$ soit décroissante. Montrer que f est continue.

$\mathbf{T_2}$: *Ch 13, exemple 13*
Soient $a, b \in \mathbb{R}$, $a \leq b$, et soit $f : [a,b] \to [a,b]$ continue. Montrer qu'il existe $x_0 \in [a,b]$ tel que $f(x_0) = x_0$.

$\mathbf{T_3}$: *Ch 14, exemple 5*
Soit $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ une fonction dérivable. On suppose que $f'(a) < 0$ et $f'(b) > 0$. Montrer qu'il existe $c \in]a,b[$ tel que $f'(c) = 0$.
Ce résultat est le théorème de Darboux.

PCSI 1 **Programme de colles** 2024/2025

Semaine 15 du 20 janvier au 24 janvier

Cours :

- **Chapitre 13 : Limites et continuité**
  - I Limite d'une fonction en un point
  - II Continuité en un point
  - III Continuité sur un intervalle
  - IV Fonctions à valeurs complexes
- **Chapitre 14 : Dérivabilité**
  - I Dérivabilité en un point, fonction dérivée
  - II Propriétés des fonctions dérivables
    1. Extremum local et point critique
    2. Théorème de Rolle
    3. Accroissements finis
    4. Fonctions monotones

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Caractérisation séquentielle de la limite *(ch 13, théorème 1)*

Q_2 : Composée de fonctions dérivables *(ch 14, proposition 5)*

T_1 : *Ch 13, exemple 9*
Soit $f :]0,+\infty[\to \mathbb{R}$ une fonction croissante telle que $x \mapsto \frac{f(x)}{x}$ soit décroissante. Montrer que f est continue.

T_2 : *Ch 13, exemple 13*
Soient $a, b \in \mathbb{R}$, $a \leq b$, et soit $f : [a,b] \to [a,b]$ continue. Montrer qu'il existe $x_0 \in [a,b]$ tel que $f(x_0) = x_0$.

T_3 : *Ch 14, exemple 5*
Soit $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ une fonction dérivable. On suppose que $f'(a) < 0$ et $f'(b) > 0$. Montrer qu'il existe $c \in]a,b[$ tel que $f'(c) = 0$.
Ce résultat est le théorème de Darboux.