PCSI 1 **Programme de colles** 2024/2025

Semaine 20 du 10 mars au 14 mars

<u>Cours :</u>

- **Chapitre 16 : Analyse asymptotique**
  I Relations de comparaison : cas des fonctions
  II Développements limités
  III Applications des développements limités
  IV Relations de comparaison : cas des suites
  V Problèmes d'analyse asymptotique

<u>Questions de cours et exercices type :</u>

Q_1 : Primitivation d'un développement limité *(ch 16, proposition 22)*

Q_2 : Formule de Taylor-Young *(ch 16, proposition 19)*

T_1 : *Ch 16, exemple 9*
Calculer le développement limité de : $x \mapsto \int_x^{x^2} \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}\, dt$ à l'ordre 4 au voisinage de 0.

T_2 : *Ch 16, exemple 18*
Montrer que sh est bijective de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ et déterminer le développement limité de sh^{-1} en 0 à l'ordre 4.

T_3 : *Ch 16, exemple 20*

(a) Soit $n \in \mathbb{N}$, montrer que l'équation $x + \sqrt[3]{x} = n$ admet une unique solution $x_n \in \mathbb{R}$.

(b) Montrer que : $x_n = n + o(n)$.

(c) En déduire : $x_n = n - \sqrt[3]{n} + o(\sqrt[3]{n})$.

(d) En déduire : $x_n = n - \sqrt[3]{n} + \frac{1}{3\sqrt[3]{n}} + o(+\frac{1}{\sqrt[3]{n}})$.

PCSI 1 **Programme de colles** 2024/2025

Semaine 20 du 10 mars au 14 mars

Cours :

- **Chapitre 16 : Analyse asymptotique**
  - I Relations de comparaison : cas des fonctions
  - II Développements limités
  - III Applications des développements limités
  - IV Relations de comparaison : cas des suites
  - V Problèmes d'analyse asymptotique

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Primitivation d'un développement limité *(ch 16, proposition 22)*

Q_2 : Formule de Taylor-Young *(ch 16, proposition 19)*

T_1 : *Ch 16, exemple 9*
Calculer le développement limité de : $x \mapsto \int_x^{x^2} \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}\,dt$ à l'ordre 4 au voisinage de 0.

T_2 : *Ch 16, exemple 18*
Montrer que sh est bijective de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ et déterminer le développement limité de sh^{-1} en 0 à l'ordre 4.

T_3 : *Ch 16, exemple 20*

(a) Soit $n \in \mathbb{N}$, montrer que l'équation $x + \sqrt[3]{x} = n$ admet une unique solution $x_n \in \mathbb{R}$.

(b) Montrer que : $x_n = n + o(n)$.

(c) En déduire : $x_n = n - \sqrt[3]{n} + o(\sqrt[3]{n})$.

(d) En déduire : $x_n = n - \sqrt[3]{n} + \frac{1}{3\sqrt[3]{n}} + o(+\frac{1}{\sqrt[3]{n}})$.