PCSI 1 **Programme de colles** 2024/2025

Semaine 24 du 7 avril au 11 avril

Cours :

- **Chapitre 18 : Intégration**
  - I Fonctions en escalier
  - II Intégrale d'une fonction continue sur un segment
  - III Sommes de Riemann
  - IV Lien entre intégrale et primitive
  - V Inégalité de Taylor-Lagrange
  - VI Fonctions à valeurs complexes
- **Chapitre 19 : Applications linéaires**
  - I Généralités
  - II Endomorphismes
  - III Applications linéaires en dimension finie

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Convergence des sommes de Riemann (preuve dans le cas d'une fonction $\mathcal{C}^1$) *(ch 18, théorème 4)*

Q_2 : Théorème fondamental de l'analyse *(ch 18, théorème 5)*

Q_3 : Image d'une famille libre, liée, génératrice par une application linéaire *(ch 19, proposition 11)*

T_1 : *Ch 19, exemple 2*
Soit $f \in \mathcal{L}(E)$ tel que :

$$\forall x \in E, \exists \lambda_x \in \mathbb{K}, f(x) = \lambda_x x.$$

Montrer que f est une homothétie.

T_2 : *Ch 19, exemple 7, partie 2*
Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel, soient p et q des projecteurs de E. Montrer que :

$$\begin{cases} p \circ q = q \\ q \circ p = p \end{cases} \Leftrightarrow \operatorname{Im} p = \operatorname{Im} q.$$

PCSI 1 | **Programme de colles** | 2024/2025

Semaine 24 du 7 avril au 11 avril

Cours :

- **Chapitre 18 : Intégration**
  - I Fonctions en escalier
  - II Intégrale d'une fonction continue sur un segment
  - III Sommes de Riemann
  - IV Lien entre intégrale et primitive
  - V Inégalité de Taylor-Lagrange
  - VI Fonctions à valeurs complexes
- **Chapitre 19 : Applications linéaires**
  - I Généralités
  - II Endomorphismes
  - III Applications linéaires en dimension finie

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Convergence des sommes de Riemann (preuve dans le cas d'une fonction $\mathcal{C}^1$) *(ch 18, théorème 4)*

Q_2 : Théorème fondamental de l'analyse *(ch 18, théorème 5)*

Q_3 : Image d'une famille libre, liée, génératrice par une application linéaire *(ch 19, proposition 11)*

T_1 : *Ch 19, exemple 2*
Soit $f \in \mathcal{L}(E)$ tel que :

$$\forall x \in E, \exists \lambda_x \in \mathbb{K}, f(x) = \lambda_x x.$$

Montrer que f est une homothétie.

T_2 : *Ch 19, exemple 7, partie 2*
Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel, soient p et q des projecteurs de E. Montrer que :

$$\begin{cases} p \circ q = q \\ q \circ p = p \end{cases} \Leftrightarrow \operatorname{Im} p = \operatorname{Im} q.$$