Indications
DM 1

Exercice 1 :

1. Appliquer l'hypothèse à $m = 0$.
2. Appliquer l'hypothèse à $m = n + 1$.
3. Raisonner par analyse-synthèse. Préciser le raisonnement fait dans l'analyse et faire la synthèse.

Exercice 2 :

1. Comparer $f(1)$ et $f(-1)$.
2. Ecrire les nombres pairs sous la forme $2k$ et les nombres impairs sous la forme $2k + 1$.

Problème 1 :

1. (a) Remarquer que $(1-t)x + ty = x + t(y-x)$ et $(1-t)x + ty = y + (1-t)(x-y)$.
   (b) Utiliser les opérations sur les fonctions dérivables.
   (c) Le signe de g'' doit être évident.
   (d)
   (e) Montrer que les cas $g' \geq 0$ et $g' \leq 0$ conduisent à $g = 0$ et conclure dans ce cas.
   Pour le cas où g' n'est pas de signe constant, utiliser le théorème des valeurs intermédiaires.
2. (a)
   (b) Utiliser les opérations sur les fonctions dérivables.
3. (a) On peut raisonner par équivalences pour l'existence-unicité et ensuite montrer que $q \in]1, +\infty[$.
   (b) Appliquer la question 1 à $-\ln$. Il faut traiter les cas $x \leq y$ puis le cas $x > y$ en échangeant les rôles de x et y ainsi que de t et $1-t$.
   (c) Appliquer la question précédente à $t = \frac{1}{q}$ et à x^p et y^q.