

Problème 1 :

1. (a) Ne pas se tromper sur la valeur de 0^0 .
(b)
2. (a) Regrouper les deux puissances k et utiliser la formule du binôme de Newton.
(b) Une expression avec une somme et une sans somme.
(c) Evaluer en 1 et faire attention aux puissances de zéro.
3. (a) Revenir à la définition des coefficients binomiaux.
(b) C'est une formule connue.
(c) Utiliser les deux questions précédentes en isolant le terme $k = n$.
(d) Raisonner par récurrence sur p et faire attention au : " $\forall n > p$ ".

Problème 2 :

1. (a) La formule est dans le cours.
(b) Il faut mettre $\frac{1}{z}$ sous forme algébrique.
(c) Se ramener à une étude de fonction sur $\mathbb{R}^{+*}$.
2. (a) Le discriminant se met sous forme trigonométrique.
(b) Le discriminant est réel.
(c) Il faut calculer les racines du discriminant en passant par la forme algébrique.
3. La condition porte sur le discriminant.
4. (a) i. Remarquer que $a = \frac{1}{2}(z_1 + z_2)$, écrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique et utiliser une factorisation par l'angle moitié. Simplifier ensuite avec $b = z_1 z_2$.
ii. Avec la question précédente, on trouve $\frac{a^2}{b} \in [0, 1]$.
(b) i. Mettre $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}$ au même dénominateur et faire apparaître a^2 et b .
ii. Appliquer la question 1.(b) à $z = \frac{z_1}{z_2}$ puis, dans le cas où $z \in \mathbb{R}$, appliquer la question 1.(c).
(c)
5. (a) i. Ecrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique et simplifier les exponentielles.
ii. Simplifier $\frac{b}{a^2} - 1$.
(b) Calculer le discriminant associé à (E) puis les valeurs de z_1 et z_2 . Remarquer que z_1 et z_2 diffèrent d'un facteur réel strictement positif.
(c)
- 6.