

Programme de révisions : vacances d'automne



Un exercice de révisions



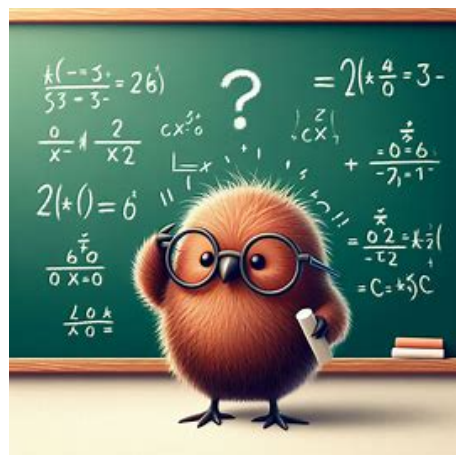
Un calcul de primitive ou d'intégrale



Travail du cours et/ou préparation des exercices



Préparation du DM



Séance 1 :



Soit $n \in \mathbb{N}$, calculer :

$$S = \sum_{i=0}^n \sum_{j=i}^n \binom{n}{j} \binom{j}{i} 2^{n+i-j}.$$

Solution : 5ⁿ



Déterminer une primitive de $f : x \mapsto \frac{1}{(2x+1)^4}$ et de $g : x \mapsto \sqrt{e^{3x} + e^{2x}}$.



- Relire le cours du chapitre 7 parties I-II-III.
- Vérifier que les points suivants sont acquis :
 - ☐ Appliquer les inégalités triangulaires et l'inégalité sur les parties réelles et imaginaires → exercice 9
 - ☐ Factorisation par l'angle moitié → exercice 13
 - ☐ Utilisation des formules d'Euler et de Moivre → exemples 13 et 14
 - ☐ Calculs de sommes → exemples 12 et 15



Faire le problème 1.

Séance 2 :



Soit $\lambda \in \mathbb{R}$. Résoudre le système d'inconnues $x, y, z \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} 4x + y + z = \lambda x \\ x + 4y + z = \lambda y \\ x + y + 4z = \lambda z \end{cases}$$

Solution : $\{(0,0,0)\}$ si $\lambda \notin \{3, 6\}$, $\{(x,x,x) \mid x \in \mathbb{R}\}$ si $\lambda = 6$, $\{(x,y,-x-y) \mid x,y \in \mathbb{R}\}$ si $\lambda = 3$



Déterminer une primitive de $f : x \mapsto \operatorname{sh}(x) \ln(\operatorname{ch}(x))$ et calculer $I = \int_{1/2}^1 \frac{1}{1+4(x-1)^2} dx$.



- Relire le cours du chapitre 7 partie IV
- Vérifier que les points suivants sont acquis :
 - ☐ Mettre un nombre sous forme trigonométrique → exercice 23
 - ☐ Calcul de puissances → exemple 17



Faire le problème 2, 1. Questions préliminaires

Séance 3 :



Déterminer le terme général de la suite définie par :

$$u_0 = 0, u_1 = 1, \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 4u_{n+1} - 4u_n + 2.$$

On pourra poser : $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = u_n - 2$

$$2 + 1 + u2 - 1 - u2 u3 = u_n : \text{solution}$$



Déterminer une primitive de $f : x \mapsto \frac{x}{(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1)}$ et de $g : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{e^{2x} - 1}}$.



- Relire le cours du chapitre 7 partie V
- Vérifier que les points suivants sont acquis :
 - ☐ Calcul des racines carrées → exemple 18
 - ☐ Résolution d'une équation du second degré → exemples 19 et 20
 - ☐ Factoriser une équation en utilisant une racine évidente → exemple 21
 - ☐ Déterminer le terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2 → exemple 22



Faire le problème 2, 2. Etude d'exemples

Séance 4 :



Soit $n \in \mathbb{N}$, calculer :

$$\left\lfloor (\sqrt{n} + \sqrt{n+1})^2 \right\rfloor.$$

$$\text{Solution : } 4n + 1$$



Déterminer une primitive de $f : x \mapsto \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \cos(\sqrt{1-x^2})$ et calculer $I = \int_0^{\pi/4} (\tan(x) + \tan^3(x)) dx$.



- Relire le cours du chapitre 7 partie VI.
- Vérifier que les points suivants sont acquis :
 - ☐ Connaître les racines n -ièmes de l'unité → exemple 23
 - ☐ Calcul de racines n -ièmes → exemples 25 et 26
- Préparer les exercices 38 et 40 du chapitre 7.



Faire le problème 2, 3. Une condition nécessaire et suffisante pour que $z_1 = z_2$ et 3. Une condition nécessaire et suffisante pour que $|z_1| = |z_2|$.

$$\text{Solution : } f'(x) = \frac{2^{x^2}}{2} = 2^{\text{Arctan}(x)} + \frac{5}{2} \text{ si } x \in]-\infty, -1 - \sqrt{2}],$$


- 

Math. It explains everything.