

I Inégalités dans $\mathbb{R}$

Exercice 1 : (★)

Simplifier $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2$.

Exercice 2 :

Etudier le domaine de définition de l'inéquation, mettre une racine carrée dans chaque membre puis élever au carré.

Solution : L'ensemble des solutions est $[4, +\infty[$.

II Valeur absolue

Exercice 3 : (★)

Se ramener à l'étude du signe de deux polynômes du second degré.

Solution : $] -\infty, -3] \cup [1, +\infty[$.

Exercice 4 : (★)

1. Utiliser $|a| = |b| \iff a = \pm b$.

Solution : L'ensemble des solutions est $\{3, \frac{5}{3}\}$.

2. Utiliser $|x| \leq a \iff -a \leq x \leq a$ et faire un tableau de signe.

Solution : L'ensemble des solutions est $] -\infty, -7] \cup [-\frac{5}{3}, +\infty[$.

Exercice 5 : (★)

Raisonner par disjonction de cas.

Solution : $\{-\frac{3}{4}, \frac{3}{2}\}$

Exercice 6 : (★★)

Faire apparaître des identités remarquables et des valeurs absolues.

Solution : $[4, 9]$

Exercice 7 : (★)

Elever au carré l'inégalité à prouver.

Exercice 8 : (★★)

1. Elever au carré les quantités à comparer.
2. Utiliser l'inégalité triangulaire et la première question.

Exercice 9 : (★★)

Remarquer que $x = \frac{(x+y) + (x-y)}{2}$ et $y = \frac{(x+y) - (x-y)}{2}$.

Remarquer que $xy - 1 = (1-x)(1-y) + (x-1) + (y-1)$.

III Majorations, minoration

Exercice 10 :

Ecrire la négation de f est majorée.

IV Partie entière

Exercice 11 :

Comparer $n^2 + 3n + 4$, $(n+1)^2$ et $(n+2)^2$.

Exercice 12 :

L'équation est équivalente à $2 \leq \sqrt{x^2 + 1} < 3$.

Solution : $] -2\sqrt{2}, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, 2\sqrt{2}[$

Exercice 13 : (★)

Raisonner par analyse-synthèse.

Pour la partie analyse, chercher à encadrer x .

Solution : $[0, 1[\cup [2, 6[$

Exercice 14 : (★)

Faire différents cas selon la position de x par rapport à $\lfloor x \rfloor + \frac{1}{2}$ et de y par rapport à $\lfloor y \rfloor + \frac{1}{2}$.