PCSI 1 **Programme de colles** 2025/2026

Semaine 1 du 15 septembre au 19 septembre

Cours :

- **Chapitre 1 : Rudiments de logique, généralités et révisions sur les suites et les fonctions**

  I Bases des mathématiques
  II Quantificateurs
  III Généralités sur les suites et les fonctions
  IV Logique
  V Monotonie
  VI Systèmes linéaires
  VII Principe de récurrence
  VIII Suites arithmétiques, suites géométriques, suites arithmético-géométriques
  IX Fonctions périodiques
  X Autres principes de récurrence
  XI Suites récurrentes linéaires d'ordre 2
  XII Raisonnement par analyse-synthèse

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Valeur de $f(x+nT)$, $n \in \mathbb{Z}$ pour une fonction T-périodique *(ch1, proposition 12)*

T_1 : *Ch1, exemple 6*
Montrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel.

T_1 : *Ch1, exemple 7*
Soit f une fonction continue sur $[0,1]$ telle que $f^2 = f$. Montrer que $f = 0$ ou $f = 1$.

T_3 : *Ch1, exemple 21*
On pose : $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = \begin{cases} u_{\frac{n}{2}}^2 & \text{si } n \text{ est pair,} \\ 3u_{\frac{n-1}{2}}^2 & \text{si } n \text{ est impair.} \end{cases}$.
Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3^n$.

T_4 : *Ch1, exemple 27*
Soit $f \in \mathcal{F}(\mathbb{R},\mathbb{R})$, montrer que :

$$\exists!(g,h) \in \mathcal{P}(\mathbb{R}) \times \mathcal{I}(\mathbb{R}),\ f = g + h,$$

où $\mathcal{P}(\mathbb{R})$ désigne l'ensemble des fonctions paires sur $\mathbb{R}$, $\mathcal{I}(\mathbb{R})$ désigne l'ensemble des fonctions impaires sur $\mathbb{R}$ et $(g,h) \in \mathcal{P}(\mathbb{R}) \times \mathcal{I}(\mathbb{R})$ signifie que $g \in \mathcal{P}(\mathbb{R})$ et $h \in \mathcal{I}(\mathbb{R})$.

PCSI 1 **Programme de colles** 2025/2026

Semaine 1 du 15 septembre au 19 septembre

Cours :

- **Chapitre 1 : Rudiments de logique, généralités et révisions sur les suites et les fonctions**

  I Bases des mathématiques
  II Quantificateurs
  III Généralités sur les suites et les fonctions
  IV Logique
  V Monotonie
  VI Systèmes linéaires
  VII Principe de récurrence
  VIII Suites arithmétiques, suites géométriques, suites arithmético-géométriques
  IX Fonctions périodiques
  X Autres principes de récurrence
  XI Suites récurrentes linéaires d'ordre 2
  XII Raisonnement par analyse-synthèse

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Valeur de $f(x+nT)$, $n \in \mathbb{Z}$ pour une fonction T-périodique *(ch1, proposition 12)*

T_1 : *Ch1, exemple 6*
Montrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel.

T_1 : *Ch1, exemple 7*
Soit f une fonction continue sur $[0,1]$ telle que $f^2 = f$. Montrer que $f = 0$ ou $f = 1$.

T_3 : *Ch1, exemple 21*
On pose : $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = \begin{cases} u_{\frac{n}{2}}^2 & \text{si } n \text{ est pair,} \\ 3u_{\frac{n-1}{2}}^2 & \text{si } n \text{ est impair.} \end{cases}$.
Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3^n$.

T_4 : *Ch1, exemple 27*
Soit $f \in \mathcal{F}(\mathbb{R},\mathbb{R})$, montrer que :

$$\exists!(g,h) \in \mathcal{P}(\mathbb{R}) \times \mathcal{I}(\mathbb{R}),\ f = g + h,$$

où $\mathcal{P}(\mathbb{R})$ désigne l'ensemble des fonctions paires sur $\mathbb{R}$, $\mathcal{I}(\mathbb{R})$ désigne l'ensemble des fonctions impaires sur $\mathbb{R}$ et $(g,h) \in \mathcal{P}(\mathbb{R}) \times \mathcal{I}(\mathbb{R})$ signifie que $g \in \mathcal{P}(\mathbb{R})$ et $h \in \mathcal{I}(\mathbb{R})$.