

Problème 1 :

1. (a) Utiliser une inégalité.
(b) Utiliser une comparaison série intégrale à partir du rang 3 et montrer que $\ln(n+1) \sim \ln(n)$.
2. (a) Appliquer l'égalité des accroissements finis à la fonction $x \mapsto \frac{\ln^2(x)}{2}$ sur $[n, n+1]$.
(b) Utiliser 1.b pour avoir une minoration.
3. (a) Découper puis regrouper selon les indices pairs et impairs.
(b) C'est un classique, voir le cours!
(c) Montrer que $S_n = \frac{\ln^2(n)}{2} + l + o(1)$ et sommer les développements asymptotiques.
(d) Ecrire A_{2n+1} en fonction de A_{2n} .
(e) Utiliser un résultat sur les suites extraites.