

Problème 1 :

1. Utiliser le résultat de primitivation.
2. (a) Remarquer que, sur $[n\pi, n\pi + \frac{\pi}{2}]$, $\cos(x)$ est du signe de $(-1)^n$.
(b) Se ramener à l'étude de $f_n(x) = 0$ et utiliser la question précédente.
3. Utiliser un résultat d'encadrement.
4. (a) Calculer $\sin(y_n)$ et montrer que y_n appartient à un ensemble bien choisi.
(b) Utiliser un équivalent en 0 de $\text{Arcsin}(x)$.
5. (a) Traduire l'équivalent précédent avec un $o(\dots)$.
(b) Calculer $\sin(\frac{1}{n\pi} + z_n)$ et montrer que $\frac{1}{n\pi} + z_n$ appartient à un ensemble bien choisi.
(c) Utiliser le DL d'ordre 3 de Arcsin appliqué à $\frac{1}{n\pi} \frac{1}{1 + \frac{1}{(n\pi)^2} + o\left(\frac{1}{n^2}\right)}$.

Problème 2 :**A -**

- 1.
2. Etudier le taux d'accroissement.
3. Le seul problème est la continuité de f' en 0.
- 4.

B -

1. Par récurrence.
2. La méthode classique avec $v_{n+1} = f(v_n)$.
3. Etudier le signe de $f'(x) - \frac{1}{4}$.
- 4.
5. Appliquer l'inégalité des accroissements finis entre v_n et e .
6. Exhiber n_1 tel que $\frac{1}{4^{n_1}} \leq 10^{-12}$.

C -

1. Etudier le signe de h' .
2. Faire apparaître $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}$.
3. Etudier le signe de $f - g$.
4. Ecrire l'intégrale à calculer et reconnaître une primitive usuelle.

D -

1. Exprimer z et z' en fonction de y et y' .
2. Utiliser la méthode de variation de la constante.

E -

1. f doit être continue sur $[0, x]$.
2. Introduire une primitive de f et reconnaître un taux d'accroissement.
3.
 - Dédire des inégalités de $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}$.
 - Utiliser la relation de Chasles.
 - Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt$.
 - Utiliser les inégalités pour calculer $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x} \int_a^x f(t) dt$.