PCSI 1 **Programme de colles** 2025/2026

Semaine 10 du 1er décembre au 5 décembre

Cours :

- **Chapitre 10 : Ensembles et applications**
  - I Ensembles
  - II Applications
  - III Injection, surjection, bijection
- **Chapitre 11 : Suites numériques**
  - I Limite d'une suite réelle
  - II Suites monotones
    1. Borne supérieure, borne inférieure
    2. Théorème de la limite monotone

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Caractérisation de la bijection réciproque *(ch10, théorème 1)*

Q_2 : Théorème de la limite monotone *(ch11, théorème 4)*

T_1 : *Ch10, exemple 5*
Soit E un ensemble, soient $A, B \in \mathcal{P}(E)$. Résoudre l'équation d'inconnue $X \in \mathcal{P}(E)$ l'équation :

$$X \cup A = B.$$

T_2 : *Ch10, exemple 14*
Soient $f \in \mathcal{F}(E,F)$ et $g \in \mathcal{F}(F,G)$. Montrer que :

$$g \circ f \text{ injective} \Rightarrow f \text{ injective},$$

$$g \circ f \text{ surjective} \Rightarrow g \text{ surjective}.$$

T_3 : *Ch11, exemple 5*
Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ une suite réelle qui converge vers $l \in \mathbb{R}$. On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*,\, v_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} u_k.$$

Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ converge vers l.
Ce résultat s'appelle le théorème de Césaro.

PCSI 1 **Programme de colles** 2025/2026

Semaine 10 du 1er décembre au 5 décembre

Cours :

- **Chapitre 10 : Ensembles et applications**
  - I Ensembles
  - II Applications
  - III Injection, surjection, bijection
- **Chapitre 11 : Suites numériques**
  - I Limite d'une suite réelle
  - II Suites monotones
    1. Borne supérieure, borne inférieure
    2. Théorème de la limite monotone

Questions de cours et exercices type :

Q_1 : Caractérisation de la bijection réciproque *(ch10, théorème 1)*

Q_2 : Théorème de la limite monotone *(ch11, théorème 4)*

T_1 : *Ch10, exemple 5*
Soit E un ensemble, soient $A, B \in \mathcal{P}(E)$. Résoudre l'équation d'inconnue $X \in \mathcal{P}(E)$ l'équation :

$$X \cup A = B.$$

T_2 : *Ch10, exemple 14*
Soient $f \in \mathcal{F}(E,F)$ et $g \in \mathcal{F}(F,G)$. Montrer que :

$$g \circ f \text{ injective} \Rightarrow f \text{ injective},$$

$$g \circ f \text{ surjective} \Rightarrow g \text{ surjective}.$$

T_3 : *Ch11, exemple 5*
Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ une suite réelle qui converge vers $l \in \mathbb{R}$. On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*,\ v_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} u_k.$$

Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ converge vers l.
Ce résultat s'appelle le théorème de Césaro.