PCSI 1 | **Programme de colles** | 2025/2026

Semaine 14 du 12 janvier au 16 janvier

Cours :

- **Chapitre 13 : Limites et continuité**
  - I Limite d'une fonction en un point
  - II Continuité en un point
  - III Continuité sur un intervalle
  - IV Fonctions à valeurs complexes
- **Chapitre 14 : Dérivabilité**
  - I Dérivabilité en un point, fonction dérivée

Questions de cours et exercices type :

$\mathbf{Q_1}$: Caractérisation séquentielle de la limite *(ch13, théorème 1)*

$\mathbf{Q_2}$: Dérivée de la composée *(ch14, proposition 5)*

$\mathbf{T_1}$: *Ch13, exemple 9*
Soit $f :]0,+\infty[\to \mathbb{R}$ une fonction croissante telle que $x \mapsto \frac{f(x)}{x}$ soit décroissante. Montrer que f est continue.

$\mathbf{T_2}$: *Ch13, exemple 13*
Soient $a, b \in \mathbb{R}$, $a \leq b$, et soit $f : [a,b] \to [a,b]$ continue. Montrer qu'il existe $x_0 \in [a,b]$ tel que $f(x_0) = x_0$.

$\mathbf{T_3}$: *Ch13, exemple 16*
Soient $f, g \in \mathcal{C}^0([0,1])$ telles que : $\forall x \in [0,1]$, $f(x) < g(x)$. Montrer que :

$$\exists m > 0,\ \forall x \in [0,1],\ f(x) + m \leq g(x).$$

Programme de colles

Semaine 14 du 12 janvier au 16 janvier

Cours :

- **Chapitre 13 : Limites et continuité**
  - I Limite d'une fonction en un point
  - II Continuité en un point
  - III Continuité sur un intervalle
  - IV Fonctions à valeurs complexes
- **Chapitre 14 : Dérivabilité**
  - I Dérivabilité en un point, fonction dérivée

Questions de cours et exercices type :

$\mathbf{Q_1}$: Caractérisation séquentielle de la limite *(ch13, théorème 1)*

$\mathbf{Q_2}$: Dérivée de la composée *(ch14, proposition 5)*

$\mathbf{T_1}$: *Ch13, exemple 9*
Soit $f :]0,+\infty[\to \mathbb{R}$ une fonction croissante telle que $x \mapsto \frac{f(x)}{x}$ soit décroissante. Montrer que f est continue.

$\mathbf{T_2}$: *Ch13, exemple 13*
Soient $a, b \in \mathbb{R}$, $a \leq b$, et soit $f : [a,b] \to [a,b]$ continue. Montrer qu'il existe $x_0 \in [a,b]$ tel que $f(x_0) = x_0$.

$\mathbf{T_3}$: *Ch13, exemple 16*
Soient $f, g \in \mathcal{C}^0([0,1])$ telles que : $\forall x \in [0,1]$, $f(x) < g(x)$. Montrer que :

$$\exists m > 0, \forall x \in [0,1], f(x) + m \leq g(x).$$