

Cours :

• **Chapitre 25 : Espaces préhilbertiens réels**

- I Produit scalaire
- II Norme associée à un produit scalaire
- III Orthogonalité
- IV Bases orthonormées d'un espace euclidien
- V Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie

Questions de cours et exercices type :

Q₁ : Inégalité de Cauchy-Schwarz et cas d'égalité (*ch25, proposition 4*)

Q₂ : F et F^\perp sont supplémentaires dans E (*ch25, proposition 12*)

T₁ : *Ch25, exemple 5*

Soit $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x + 2y + 3z = 1\}$. Déterminer :

$$\min_{(x,y,z) \in A} (x^2 + y^2 + z^2).$$

T₂ : *Ch25, exemple 8*

Soit $E = \mathcal{C}^0([-1, 1])$ muni du produit scalaire défini par :

$$\forall f, g \in E, \langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(t)g(t) dt.$$

Soient F l'ensemble des fonctions paires de E et G l'ensemble des fonctions impaires de E . Montrer que :

$$F = G^\perp.$$

T₃ : *Ch25, exemple 14*

Soit $E = \mathbb{R}^3$ muni du produit scalaire usuel. Soient $x = (1, 2, 3)$ et $F = \{(x, y, z) \in E, x + 2y - z = 0\}$. Calculer $d(x, F)$.

Cours :**• Chapitre 25 : Espaces préhilbertiens réels**

- I Produit scalaire
- II Norme associée à un produit scalaire
- III Orthogonalité
- IV Bases orthonormées d'un espace euclidien
- V Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie

Questions de cours et exercices type :

Q₁ : Inégalité de Cauchy-Schwarz et cas d'égalité (*ch25, proposition 4*)

Q₂ : F et F^\perp sont supplémentaires dans E (*ch25, proposition 12*)

T₁ : *Ch25, exemple 5*

Soit $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x + 2y + 3z = 1\}$. Déterminer :

$$\min_{(x,y,z) \in A} (x^2 + y^2 + z^2).$$

T₂ : *Ch25, exemple 8*

Soit $E = \mathcal{C}^0([-1, 1])$ muni du produit scalaire défini par :

$$\forall f, g \in E, \langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(t)g(t) dt.$$

Soient F l'ensemble des fonctions paires de E et G l'ensemble des fonctions impaires de E . Montrer que :

$$F = G^\perp.$$

T₃ : *Ch25, exemple 14*

Soit $E = \mathbb{R}^3$ muni du produit scalaire usuel. Soient $x = (1, 2, 3)$ et $F = \{(x, y, z) \in E, x + 2y - z = 0\}$. Calculer $d(x, F)$.