Formulaire de trigonométrie

I Cosinus et sinus

Formule 1 : Quelques valeurs

$$\begin{array}{lllll} \cos(0)=1 & \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2} & \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2} & \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2} & \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)=0 \\ \sin(0)=0 & \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2} & \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2} & \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2} & \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)=1 \end{array}$$

Formule 2 : Cercle trigonométrique

$$\forall x \in \mathbb{R},\ \cos^2 x + \sin^2 x = 1.$$

Formule 3 : Formules élémentaires

Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{array}{ll} \cos(-x)=\cos(x) & \sin(-x)=-\sin(x) \\ \cos(\pi-x)=-\cos(x) & \sin(\pi-x)=\sin(x) \\ \cos(\pi+x)=-\cos(x) & \sin(\pi+x)=-\sin(x) \\ \cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin(x) & \sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos(x) \\ \cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\sin(x) & \sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos(x) \end{array}$$

Formule 4 : Formules d'addition

Soient $a, b \in \mathbb{R}$,

$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$$
$$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$$
$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\sin b\cos a$$
$$\sin(a-b)=\sin a\cos b-\sin b\cos a$$

Formule 5 : Formules de l'angle double

Soit $a \in \mathbb{R}$,

$$\cos(2a)=\cos^2(a)-\sin^2(a)=1-2\sin^2(a)=2\cos^2(a)-1$$
$$\sin(2a)=2\cos(a)\sin(a)$$

II Tangente

Formule 6 : Quelques valeurs

$$\tan(0)=0 \quad \tan\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3} \quad \tan\left(\frac{\pi}{4}\right)=1 \quad \tan\left(\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}$$

Formule 7 : Formules élémentaires

Soit $t \in \mathbb{R}$ tel que $t \not\equiv \frac{\pi}{2} \bmod \pi$,

$$\tan(-t)=-\tan(t) \quad \tan(\pi+t)=\tan(t) \quad \tan(\pi-t)=-\tan(t)$$

Formule 8 : Formules d'addition

Si $(a \not\equiv \frac{\pi}{2} \bmod \pi)$, $(b \not\equiv \frac{\pi}{2} \bmod \pi)$ et $(a+b \not\equiv \frac{\pi}{2} \bmod \pi)$, alors

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

Si $(a \not\equiv \frac{\pi}{2} \bmod \pi)$, $(b \not\equiv \frac{\pi}{2} \bmod \pi)$ et $(a-b \not\equiv \frac{\pi}{2} \bmod \pi)$, alors

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

Formule 9 : Formules de l'angle double

Si $(a \not\equiv \frac{\pi}{2} \bmod \pi)$ et $(a \not\equiv \frac{\pi}{4} \bmod \frac{\pi}{2})$

$$\tan(2a) = \frac{2\tan a}{1 - \tan^2 a}$$

III Trigonométrie hyperbolique

Formule 10

$$\forall x \in \mathbb{R}, \operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1.$$