Indications
DM 2

Exercice 1 :
Raisonner par analyse-synthèse et utiliser la décomposition en facteurs premiers de $4m$.

Problème 1 :

1. (a) Etudier les deux fonctions différence.
   (b) Partir du membre de gauche et forcer l'apparition des facteurs apparaissant dans le membre de droite en utilisant des formules de trigonométrie.
   (c) Ecrire la définition de la tangente.
2. (a) Calculer et utiliser 1.(b).
   (b) Déterminer le signe de f'' puis celui de f'.
   (c)
   (d) Considérer m un minorant de la fonction $x \mapsto \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 + \frac{\tan x}{x}$ sur $]0, \frac{\pi}{2}[$ et montrer que $2 \geq m$ en faisant un passage à la limite.
3. (a) Calculer et forcer la factorisation.
   (b) Utiliser le résultat de 2.(c).

Problème 2 :

1. Justifier proprement la dérivabilité.
2. Arguments du type TVI.
3. Utiliser des formules de trigonométrie réciproque et l'inégalité $0 < b < a$.
4. Utiliser des formules de trigonométrie réciproque et calculer.
5. Poser $x = f^{-1}(y)$ et réinjecter dans la question précédente. On doit obtenir la valeur de x^2, ne pas oublier d'étudier le signe pour passer à x.
6. Appliquer la question précédente à $y = \frac{\pi}{6}$ sans oublier de vérifier que $y \in J$.