Indications
DM 4

Problème 1 :

1. Etudier les racines et le signe du polynôme en α : $1-2\alpha\cos(t)+\alpha^2$.
2. (a) Simplifier la fraction à l'intérieur du ln.
   (b) Effectuer le changement de variable $t=\pi-x$.
   (c) Primitiver le terme 1.
3. (a) Reconnaître les racines $2n$-èmes de l'unité.
   (b)
   (c) Multiplier $\overline{\beta_k}$ par $e^{2i\pi}=1$.
   (d) Simplifier $\prod_{k=1}^{n-1}(z-\overline{\beta_k})$ et effectuer le changement d'indice $j=2n-k$.
   (e) Utiliser 3.(a) et 3.(b) et découper le produit.
   (f) Simplifier $\sum_{k=1}^{n}\ln\left(\alpha^2-2\alpha\cos\left(\frac{k\pi}{n}\right)+1\right)$ en utilisant la question précédente.
4. (a) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty}\alpha^{2n}$.
   (b) Utiliser 2.(a).
5. On cherche à calculer I_2.

Problème 2 :

1. (a) Méthode de variation de la constante avec une primitive usuelle.
   (b) Méthode de variation de la constante avec une primitive usuelle.
   (c) Méthode de variation de la constante avec $x^2=(1+x^2)-1$pour faire apparaître une primitive usuelle.
2. Méthode de variation de la constante en remarquant que λ_n est une primitive.
3. (a) Pour $t\in[0,x]$, $\frac{1}{1+x^2}\leq\frac{1}{1+t^2}\leq 1$ et intégrer.
   (b) Commencer par étudier la limite de $x\mapsto\frac{\lambda_n(x)}{x^n}$