Exemples du chapitre 8 : Primitives

➪ **Exemple 1 :** Déterminer une primitive de :

$$f_1 : x \mapsto \frac{1}{(2x+1)^2}, \quad f_2 : x \mapsto xe^{-2x^2}, \quad f_3 : x \mapsto \frac{\ln x}{x}$$

$$f_4 : x \mapsto \frac{\ln(\ln x)}{x}, \quad f_5 : x \mapsto \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}}, \quad f_6 : x \mapsto \frac{\sin(2x)}{1+\cos^2 x}.$$

➪ **Exemple 2 :** Déterminer avec 2 méthodes différentes, une primitive de :

$$f : x \mapsto \sin^5 x.$$

➪ **Exemple 3 :** Déterminer une primitive de :

$$f : x \mapsto e^x \cos x \text{ et } g : x \mapsto e^x \sin x.$$

➪ **Exemple 4 :** Calculer :

$$I_1 = \int_0^1 \sqrt{x^4+x^2}, dx \text{ et } I_2 = \int_0^{1/2} \frac{1}{1+4x^2}\, dx.$$

➪ **Exemple 5 :** Déterminer une primitive de $x \mapsto \text{Arctan}\, x$.

➪ **Exemple 6 :** Déterminer une primitive de $x \mapsto x^2.e^x$.

➪ **Exemple 7 :** Déterminer une primitive de $x \mapsto x^3.e^{x^2}$.

➪ **Exemple 8 :** Calculer :

$$I = \int_0^{1/2} e^{\text{Arcsin}\,(t)}\, dt.$$

➪ **Exemple 9 :** Soit $n \in \mathbb{N}$, on définit l'intégrale de Wallis par :

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x\, dx.$$

Calculer I_n.

➪ **Exemple 10 :** Calculer :

$$I = \int_0^4 \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\, dx.$$

➪ **Exemple 11 :** Calculer :

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos(x)}{2-\cos^2(x)}\,dx.$$

➪ **Exemple 12 :** Calculer :

$$I = \int_0^1 \sqrt{1-t^2}\,dt.$$

➪ **Exemple 13 :** Calculer une primitive de :

$$x \mapsto \frac{x}{\sqrt{1+x}}.$$

➪ **Exemple 14 :** Calculer une primitive de :

$$x \mapsto \frac{1}{\operatorname{ch} x}.$$

➪ **Exemple 15 :** Déterminer les primitives de :

$$x \mapsto \frac{1}{x^2-2x-3}.$$

➪ **Exemple 16 :** Déterminer les primitives de :

$$x \mapsto \frac{1}{4x^2-8x+5}.$$

➪ **Exemple 17 :**

1. Montrer que :

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\},\ \sin x = \frac{2\tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1+\tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$

2. Calculer :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2+\sin x}.$$

➪ **Exemple 18 :** Déterminer les primitives de :

$$x \mapsto \frac{x+1}{4x^2-4x+1}.$$

➪ **Exemple 19 :** Montrer que :

$$\exists a, b \in \mathbb{R},\ \forall x \in \mathbb{R},\ \frac{x^3}{x^2+2x+2} = x-2+\frac{ax+b}{x^2+2x+2}.$$

En déduire les primitives de la fonction suivante :

$$x \mapsto \frac{x^3}{x^2+2x+2}.$$
