PCSI 1 **Programme de colles** 2026/2027

Semaine 8 du 16 novembre au 20 novembre

Cours :

- **Chapitre 8 : Primitives**
  - I Calcul de primitives
  - II Intégration par parties et changement de variable
  - III Fractions rationnelles
- **Chapitre 9 : Equations différentielles**
  - I Equations différentielles linéaires du premier ordre
  - II Equations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants

Questions de cours et exercices type :

Q$_1$: Résolution de $y' + a(x)y = 0$. *(ch9, proposition 1)*

Q$_2$: Résolution de $ay'' + by' + cy = 0$ dans le cas $a, b, c \in \mathbb{C}$ et $b^2 - 4ac \neq 0$. (On pourra admettre le lemme 1.) *(ch9, théorème 2)*

T$_1$: *Ch8, exemple 9*

Soit $n \in \mathbb{N}$, on définit l'intégrale de Wallis par :

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx.$$

Calculer I_n.

T$_2$: *Ch8, exemple 17*

(a) Montrer que :

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\},\ \sin x = \frac{2\tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$

(b) Calculer :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 + \sin x}.$$

T$_3$: *Ch9, exemple 13*

Résoudre l'équation différentielle suivante sur $\mathbb{R}^{+*}$:

$$x^2 y'' + y = 0.$$

On pourra poser $t = \ln x$.

PCSI 1 **Programme de colles** 2026/2027

Semaine 8 du 16 novembre au 20 novembre

Cours :

- **Chapitre 8 : Primitives**
  - I Calcul de primitives
  - II Intégration par parties et changement de variable
  - III Fractions rationnelles
- **Chapitre 9 : Equations différentielles**
  - I Equations différentielles linéaires du premier ordre
  - II Equations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants

Questions de cours et exercices type :

Q$_1$: Résolution de $y' + a(x)y = 0$. *(ch9, proposition 1)*

Q$_2$: Résolution de $ay'' + by' + cy = 0$ dans le cas $a, b, c \in \mathbb{C}$ et $b^2 - 4ac \neq 0$. (On pourra admettre le lemme 1.) *(ch9, théorème 2)*

T$_1$: *Ch8, exemple 9*

Soit $n \in \mathbb{N}$, on définit l'intégrale de Wallis par :

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx.$$

Calculer I_n.

T$_2$: *Ch8, exemple 17*

(a) Montrer que :

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\},\ \sin x = \frac{2\tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$

(b) Calculer :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 + \sin x}.$$

T$_3$: *Ch9, exemple 13*

Résoudre l'équation différentielle suivante sur $\mathbb{R}^{+*}$:

$$x^2 y'' + y = 0.$$

On pourra poser $t = \ln x$.